



APPUNTI LUISS

Matematica Finanziaria

Esplicazione Dispense e Appunti

Marco D'Epifano



Liberamente tratto da *Matematica Finanziaria*, Monduzzi editore, Bortot Magnani Olivieri .
L'acquisto del lavoro è subordinato a quello del libro dal quale è tratto. Leggi gli altri termini e condizioni su www.appuntiluiss.it

Premessa

Chi siamo

Appunti Luiss è un progetto nato per rendere meno difficoltosa e più soddisfacente la vita universitaria.

Questo è stato possibile perché il team di appunti Luiss ha fatto una scoperta tanto banale quanto geniale: la collaborazione tra studenti tramite la condivisione di esperienze universitarie facilita il superamento degli esami. Tale collaborazione e condivisione, molto spesso, si concretizza nella produzione, anche involontaria, di lavori come appunti, compendi o esplicazioni.

Ora, dato che la diffusione di questo tipo di lavori aiuta lo studio e il superamento degli esami, il **favorire** tale diffusione è il primo obiettivo che Appunti Luiss si propone.

Il secondo obiettivo che ci proponiamo è quello di **valorizzare** questo tipo di lavori. Tale valorizzazione, per natura, produce un doppio effetto: favorisce la **diffusione**, incentivando gli studenti a produrne sempre di più, e costituisce la giusta **ricompensa** per gli studenti che li hanno prodotti agevolando anche il sostentamento dello studente stesso.

Insomma, quello che Appunti Luiss vuole fare è **aiutare** gli studenti e **premiare** coloro che hanno reso questo possibile.

Appunti Luiss Team

MATEMATICA FINANZIARIA

Indice

INTRODUZIONE	6
OPERAZIONI FINANZIARIE - semplici	7
IPOTESI DELLA TRASLABILITÀ	9
REGIME DELL'INTERESSE SEMPLICE	10
REGIME DELLO SCONTO COMMERCIALE.....	10
REGIME DELL'INTERESSE COMPOSTO	11
CONFRONTO TRA REGIMI	13
APPROFONDIMENTO: le grandezze finanziarie	13
INTENSITÀ ISTANTANEA DI INTERESSE	15
IPOTESI DELLA SCINDIBILITÀ	15
STRUTTURE PER SCADENZA	16
RENDIMENTO A SCADENZA.....	19
OPERAZIONI FINANZIARIE - composte	20
RENDITA.....	20
BOOTSTRAP	21
CLASSIFICAZIONE RENDITE.....	22
PROBLEMI SULLE RENDITE	23
VALUTAZIONE DEI PROGETTI	26
VAN e VFN (progetti omogenei).....	26
TIR (progetti omogenei)	27
SALDO FINALE	27
INDICI TEMPORALI	28
INDICI DI VARIABILITÀ.....	30
PORTAFOGLIO.....	31

PIANO DI AMMORTAMENTO	33
AMM.TO FRANCESE	34
AMM.TO ITALIANO	34
AMM.TO TEDESCO	35
AMM.TO AMERICANO (a due tassi)	35
EXCEL	37

INTRODUZIONE

L'oggetto della matematica finanziaria è la valutazione di problemi o fatti economici ovvero tutto ciò che genera flussi finanziari.

Mercato Obbligazioni e Titoli di Stato (MOT)

Un **mercato** è il luogo di incontro di domanda e offerta, tale luogo è regolato da norme di natura *giuridica*, su queste si poggiano le leggi *economiche* e su quest'ultime le più specifiche leggi *finanziarie*.

Un mercato si dice **primario** se accoglie titoli all'atto di emissione, **secondario** se i titoli sono già in vita.

Poiché ci occuperemo di **operazioni certe** (ovvero con importi e scadenze determinati) andremo a muoverci nel MOT in quanto i titoli, emessi per soddisfare il fabbisogno statale, sono i più sicuri e privi di rischio di insolvenza. Vediamo le tipologie di titoli di Stato:

- **A reddito variabile**: non ne conosco tutti i flussi (non ce ne occuperemo).

CCT (Certificati di Credito del Tesoro) con periodo medio-lungo max. 7 anni;

- **A reddito fisso**: conosco con certezza i flussi.

BOT (Buoni Ordinari del Tesoro) da 3, 6 o 12 mesi;

CTZ (Certificati del Tesoro Zero coupon) da 24 mesi;

BTP (Buoni del Tesoro Poliennali) con cedole, scadenza 3, 5, 10, 15 fino a 30 anni;

Ogni titolo avrà un prezzo P e un valore nominale di rimborso M (se non esplicitato è 100€), inoltre nelle aste si deve arrivare ad un **lotto minimo** o taglio minimo (il numero minimo di BOT acquistabili è dato dal rapporto tra il valore nominale del lotto e il valore nominale di ciascun titolo, sottinteso 100).

Funzionamento dell'asta

Sia $Q=1000$ la quantità prefissata di titoli in emissione. Si supponga che all'asta partecipino 2 intermediari, e che ciascuno di loro presenti 3 offerte (ogni offerta comprende un prezzo e una quantità per quel prezzo).

1) Ordiniamo le offerte dal prezzo più alto al prezzo più basso;

2) Stabilisco le offerte accolte in base alla quantità (per arrivare a Q potrebbe accadere che bisogna dividere un'offerta in due: stesso prezzo, diverse quantità);

2b) Calcolo **PMPA** (prezzo medio ponderato d'asta): prezzo medio ponderato per la quantità delle offerte accolte;

2c) Calcolo l'**interesse medio d'asta**: $100 - PMPA/PMPA$;

3) Divido le offerte accolte in base alla quantità per arrivare a 500 e 500 (dividendo un'offerta se necessario);

3b) Calcolo **PMA** (prezzo massimo accoglibile):

la metà accolta bassa → prezzo medio ponderato per le quantità;

→ interesse unitario da cui togliendo lo 0,25% (25 punti base) ottengo l'interesse unitario minimo;

→ moltiplico 100 per $1/1+i$ e ottengo PMA;

Calcolo **PE** (prezzo di esclusione):

la metà accolta alta → prezzo medio ponderato per le quantità;

→ interesse unitario a cui aggiungo l'1% ottenendo l'interesse unitario massimo;

→ moltiplico 100 per $1/1+i$ e ottengo PE;

Ipotesi di mercato didattiche

- **Mercato perfetto:** conseguente equilibrio tra domanda e offerta (rispettato in RCC) ed esistenza di un unico prezzo per ogni transazione.
 - *Perfetta efficienza informativa;*
 - *Perfetta efficienza locativa* (tutti facciamo le stesse scelte di locazione del capitale);
 - *Tassazioni inesistenti o rivolte a tutti;*
 - *Ogni operatore è price-taker* (non conosce le conseguenze delle proprie azioni);
 - *Ogni operatore è razionale* (e quindi massimizzatore del profitto);
 - *Tempo continuo* (nella realtà devo aspettare particolari date per comprare o vendere);
 - *Titoli perfettamente divisibili* (nella realtà ci sono i lotti minimi);
- **Non deterministico:** non ho la certezza delle dinamiche future.
- **Luogo ininfluente:** il paese in questione non può influire sull'operazione finanziaria.
- **Proporzionalità diretta degli importi:** l'importo versato non influisce sull'operazione.

OPERAZIONI FINANZIARIE - semplici

Contratto che permette lo scambio di *capitali*, tra due *soggetti* diversi (sottoscrittore ed emittente), di *importi* diversi esigibili in *epoche* diverse. Ogni operazione è caratterizzata da tre **vettori**:

- *Scadenze;*

- *Importi* } Insieme costituiscono il vettore

- *Segni;*

Investimento

Operazione in cui le uscite precedono le entrate.

$$I(x,y) = My - Px$$

L'**interesse totale**, ovvero il guadagno dell'operazione, è uguale al montante (capitale di rimborso) dell'epoca y meno il prezzo del titolo all'epoca x.

$$i(x,y) = I(x,y)/Px \quad i(x,y) = r(x,y) - 1$$

L'**interesse unitario** è quello ottenuto da un capitale unitario investito in x e riscosso in y.

$$r(x,y) = My/Px \quad r(x,y) = i(x,y) + 1$$

Il **montante unitario** è il capitale riscosso in y dopo un investimento unitario in x.

Finanziamento

Operazione in cui le entrate precedono le uscite.

$$D(x,y) = My - Px$$

Lo **sconto totale**, ovvero il costo dell'anticipazione, è uguale al capitale esigibile alla scadenza My meno il valore attuale di tale capitale Px.

$$d(x,y) = D(x,y)/My \quad d(x,y) = 1 - v(x,y)$$

Lo **sconto unitario** è quello ottenuto da un capitale unitario da rimborsare in y ma ottenuto in x.

$$v(x,y) = Px/My \quad v(x,y) = 1 - d(x,y)$$

Il **valore attuale unitario** è il capitale riscosso in x a cui seguirà un esborso di un capitale unitario in y.

La relazione tra montante unitario e valore attuale (inversi, ossia coniugati per prodotto) indica una condizione di *Proporzionalità o Indipendenza dall'importo*.

{ Per poter esprimere ognuna delle 4 grandezze (a) in funzione di una qualsiasi delle 4 grandezze (b) è sufficiente ricordarsi le tre relazioni di base ($r = i + 1$; $r = 1/v$; $d = 1 - v$): si parte dalla definizione di a (se è r o v ce ne sono due) sostituendo in essa tutte le lettere interne finché non saranno tutte b. }

Tassazione: se si deve pagare un'aliquota α sull'interesse totale allora il prezzo effettivo P_0 sarà il prezzo di partenza più la percentuale da pagare sull'interesse totale e l'interesse unitario effettivo sarà $M/P_0 - 1$.

Funzioni finanziarie

$r(x,y) \rightarrow$ funzione di **capitalizzazione** $[1, \infty)$ | $i(x,y) \rightarrow$ funzione di **interesse** $[0, \infty)$

- se investo e subito disinvesto riottengo il capitale iniziale ($r=1$ e $i=0$)
- maggiore è il tempo maggiore è il montante e quindi l'interesse (crescente all'infinito)

$v(x,y) \rightarrow$ funzione di **attualizzazione** $(0,1]$

- il valore attuale di un capitale presente è 1
- maggiore è il tempo minore è il tasso di attualizzazione
- non può essere negativo poiché anti-razionale

$d(x,y) \rightarrow$ funzione di **sconto** $[0, 1)$

- lo sconto per un capitale presente è 0
- maggiore è il tempo maggiore è il tasso di sconto
- non può essere uguale ad 1 poiché anti-razionale

IPOSTESI DELLA TRASLABILITÀ

Ipotizziamo ora che tali funzioni siano **traslabili** (o uniformi) ossia le due epoche (x e y) possono traslare facendo ottenere lo stesso risultato, cioè $(x,y) = (x + t, y + t)$. In tal caso posso lavorare con funzioni di distanza $t = y - x$ e quindi che possono essere non solo unitarie rispetto al capitale ma anche rispetto al tempo:

- $r(1) = r \rightarrow$ fattore di capitalizzazione;
- $v(1) = v \rightarrow$ fattore di attualizzazione;
- $i(1) = i \rightarrow$ tasso di interesse;
- $d(1) = d \rightarrow$ tasso di sconto (o tasso anticipato, rispetto ad i che è posticipato per definizione);

Per verificare l'uniformità di una legge verifica che $r(x+h,y+h) = r(x,y)$.